

Лабораторна робота № 6. Вкладені цикли, обчислення рекурентних співвідношень.



Завдання такого типу можна представити як визначення деякої величини Y , яка є результатом послідовності обчислень $Y_i = F(Y_{i-1})$, тобто кожне наступне значення Y обчислюється на основі його попереднього значень. Процес закінчується при досягненні якої-небудь умови або конкретного значення.

Для розв'язку подібних завдань потрібно зрозуміти закономірність визначення кожного наступного значення, тобто задати функцію (або вираження) F . Очевидно, що процес обчислення є циклом і для початку найпростіше визначити його тіло: які дії повторюються, які величини й на скільки змінюються на кожному кроці. Після цього буде ясніше умова продовження (закінчення) циклу.



Завдання 1

Обчислити значення Y , обумовлене формулою:

$$Y = \sqrt{1024 + \sqrt{512 + \dots + \sqrt{4 + \sqrt{2}}}}$$



Аналіз проекту

Щоб зрозуміти роботу алгоритму, представимо числа в цьому вираженні як ступені двійки: $Y = \sqrt{2^{10} + \sqrt{2^9 + \dots + \sqrt{2^2 + \sqrt{2^1}}}}$

Тоді обчислення Y можна організувати, використовуючи цикл із десяти кроків. На кожному кроці i виконується операція: до 2^i додається значення, яке обчислене на попередньому кроці, і з результату добувається квадратний корінь. Таким чином, результат i -го кроку: $Y_i = \sqrt{2^i + Y_{i-1}}$. Залишилося тільки задати початкове значення $Y=0$.

Для розв'язку завдання будуть потрібні змінна для накопичення Y (тип *Single*).



Порядок виконання

1. Перейдіть у середовище VBA, нажавши клавіші **ALT+F11**.

2. У вікні властивостей **Project** клацніть на кнопку **View code**  (або виконаєте подвійне клацання мишкою на пункті **Thisdocument**). З'являється вікно коду VBA.

3. Перейдіть у вікно коду й уведіть наступний текст процедури:

```
Sub Корінь()  
Dim Y As Single  
Y = 0  
For i = 1 To 10  
Y = Sqr(2 ^ i + Y)  
Next  
Msgbox ("Значення Y=" + Str(Y))  
End Sub
```

4. Запустіть програму на виконання, клацнувши на кнопці **Run**  (або натисніть клавішу **F5**).

5. Збережіть документ у файлі *Лабб_1.doc* у своїй папці на жорсткому диску.



Завдання 2

Значення Y визначається формулою:
$$Y = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{x^2}{2(i+1)!}$$

Обчислити:

- а) значення Y для 15 перших складових ряду ($i=0 \dots 15$);
- б) значення Y з точністю не нижче заданого значення ϵ .



Аналіз проекту

Обчислення реалізується циклічним алгоритмом, який складається із 15 кроків (варіант а) або доти, поки не буде досягнута необхідна точність обчислень (варіант б).

Для будь-якого i було б нераціонально обчислювати факторіал із самого початку, маючи його значення при попередньому i . Зручніше знайти, так зване, рекурентне співвідношення, яке встановлює залежність між двома сусідніми членами ряду й надалі обчислювати рекурентне співвідношення. З формули видно, що на кожному кроці до суми Y додається наступний Y_i елемент ряду: $Y = Y + Y_i$. Для обчислення рекурсивного співвідношення виявимо залежність кожного наступного Y_i , від попереднього Y_{i-1} значення. Величина x від кроку до кроку не змінюється, у такій постановці завдання її просто потрібно один раз ввести, наприклад із клавіатури.

Отже, будь-який i -й член ряду дорівнює $Y_i = (-1)^i \frac{x^2}{2(i+1)!}$. Відповідно $(i-1)$ -й член ряду $Y_{i-1} = (-1)^{i-1} \frac{x^2}{2i!}$. Розділимо Y_i на Y_{i-1} , враховуючи, що по визначенню факторіала $(i+1)! = i!(i+1)$. Після скорочень одержимо: $\frac{Y_i}{Y_{i-1}} = \frac{-1}{i+1}$, звідси випливає, що $Y_i = \frac{-1}{i+1} Y_{i-1}$. Першим членом прогресії є $Y_0 = (-1)^0 \frac{x^2}{2(0+1)!} = \frac{x^2}{2}$.

Для розв'язання завдання будуть потрібні наступні змінні: сума членів ряду Y (тип *Single*); i -й член ряду Y_i (тип *Single*); величина x (тип *Single*) і точність обчислень e (тип *Single*).



Порядок виконання

1. Перебуваючи в середовищі *Ms Word* або іншого додатку з *Microsoft Office*, натисніть **ALT+F11**, щоб перейти в середовище VBA.

2. На панелі інструментів клацніть на кнопку **Insert Userform** . З'являється вікно з формою *Userform1*.

3. Створіть форму згідно з ескізом, встановивши у вікні властивостей **Properties** значення властивостей (**Name**) і **Caption**, які наведені нижче. Зверніть увагу на те, що елемент керування одиночного вибору створюється за допомогою кнопки панелі керування, яка має вигляд .

Властивість (**Name**)

- 1 — *frmRekur*
- 2 — *txtX*
- 3 — *txtE*
- 4 — *optMetoda*
- 5 — *optMetodB*
- 6 — *cmdCalculate*
- 7 — *txtresult*

4. Перейдіть у вікно коду, двічі клацнувши кнопку **Обчислити**, і **введіть** наступний текст процедури:

```
Private Sub cmdCalculate_Click()
```

```
Dim Y As Single, yi As Single
Dim x As Single, e As Single
x = Val(TxtX)
e = Val(TxtE)
yi = (x ^ 2) / 2           'початковий Y0 елемент ряду
Y = yi                    'початкове значення суми
If OptMetoda Then        'метод А
For i = 1 To 15
yi = (-1 / (i + 1)) * yi  'обчислюємо i-й елемент
Y = Y + yi                'обчислюємо суму
Next
End If
If OptMetodB Then        'метод Б
i = 1
While Abs(yi) > e         'Перевіряємо точність
yi = (-1 / (i + 1)) * yi  'обчислюємо i-й елемент
Y = Y + yi                'обчислюємо суму
i = i + 1
Wend
End If
txtresult = Str(Y)        'виведення суми
End Sub
```

5. Запустіть програму на виконання, клацнувши на кнопці **Run**  (або натисніть клавішу **F5**).

6. Уведіть значення $X=20$, значення $E=0.05$. Здійсніть розрахунок двома методами. Зрівняйте отримані значення. Змініте значення $E=0.00005$, а потім на $E=0.5$. Порівняйте отримані значення. Здійсніть розрахунок з Вашими вихідними даними.



Розповсюдженою помилкою є заміна двох операторів тіла циклу:

```
yi = (-1 / (i + 1)) * yi
Y = Y + yi
```

на один: $Y = Y + (-1 / (i + 1)) * yi$, що приведе до того, що на кожному кроці циклу до суми Y буде додаватися те саме значення yi , рівне $Y0$, адже yi тоді ніяк не змінюється. У програмах, що використовують залежність i -го елемента в ітерації від $(i-1)$ -го, необхідно запам'ятовувати це попереднє, обчислене на $(i-1)$ -м кроці значення, щоб потім використовувати саме його.

7. У розробленій програмі, якщо користувач не визначить метод, значення суми буде дорівнювати першому члену прогресії. Доробимо програму, передбачивши обов'язковий вибір методу розрахунків. Для цього замінимо рядок коду

```
txtresult = Str(Y)
```

на рядок:

```
If optmetoda Or optmetodb Then txtresult = Str(Y)  
Else txtresult = "Не обраний метод"
```

8. Перевірте правильність роботи програми, не визначаючи значення методу для розрахунків.

9. Збережіть документ у файлі *Лабб_2.doc* у своїй папці на жорсткому диску.



Завдання 3

Для кожного числа B з 20-ти чисел, що вводяться із клавіатури, визначити найменше ненегативне ціле k таке, що $B < 2^k$.



Аналіз проекту

Алгоритм становить цикл із 20-ти кроків, на кожному з яких: вводиться чергове число; перевіряється, яку (найменшу) ступінь двійки воно не перевищує; виводиться показник цього ступеня. Як одержати потрібний ступінь двійки? Нехай число B уведене. Починаємо процес перевірки з 2^0 , тобто $B < 2^0$? Якщо так, процес закінчений, відповідь – $k = 0$. Якщо ні, перевіряємо 2^1 , тобто $B < 2^1$? Якщо так, процес закінчений, відповідь – $k = 1$. Якщо ні, перевіряємо 2^2 , $B < 2^2$? І так доти, поки не знайдемо потрібне число k . Таким чином, на кожному кроці зовнішнього циклу (уведення чергового числа) працює внутрішній цикл, що перераховує ступені до двійки. Умова виходу із цього внутрішнього циклу – число B більше або рівно 2^k .

Для розв'язку завдання будуть потрібні змінна B і змінна k (тип *Integer*).



Порядок виконання

1. Перейдіть у середовище VBA і викличте вікно коду VBA.
2. У вікні коду введіть наступний текст процедури:

```
Sub Mink()  
Dim b As Integer, k As Integer  
For i = 1 To 20 'Зовнішній цикл. Вводимо B и  
                'друкуємо k  
b = Val(Inputbox("Уведіть ціле число"))  
k = 0           'для кожного B починаємо пошук  
                'з нуля  
While b >= 2 ^ k 'Внутрішній цикл;  
k = k + 1       'Збільшуємо показник ступеня  
Wend  
Msgbox (" Для b =" & Str(b) & " k=" & Str(k))  
Next
```

End Sub

3. Запустіть програму на виконання, клацнувши на кнопці **Run**  (або натисніть клавішу **F5**) і перевірте правильність її роботи.
4. Збережіть документ у файлі *Лабб_3.doc* у своїй папці на жорсткому диску.



Завдання для самостійної роботи

1. Обчислити вираження: $y = \sqrt{100 + \sqrt{95 + \dots + \sqrt{15 + \sqrt{10 + \sqrt{5}}}}}$
2. Знайти суму нескінченного ряду з точністю до $\epsilon > 0$: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
3. Знайти суму k перших членів ряду: $\sum_{n=1}^k \frac{4^n x^n}{(n+2)!}$
4. Для кожного числа a з 20-ти чисел, що вводяться із клавіатури, визначити найбільше ціле k таке, що $a > 3^k$



Результат работы:

1. Файл *Лабб_2.doc* з формою *Рекурентні співвідношення*
2. Файли *Лабб_1.doc*, *Лабб_3.doc* з виконаними завданнями.



Питання для самоконтролю

1. Що таке рекурентні співвідношення?
2. За допомогою яких операторів проводять розрахунки рекурсивних співвідношень?
3. Що таке вкладений цикл і як він реалізується?
4. Які правил слід дотримуватися при побудові вкладених циклів?